

# 高性能計算とは？

静岡理工科大学 総合情報学部

コンピュータシステム学科

幸谷(こうや) 智紀(ともりのり)

<http://cs-tklab.na-inet.jp/>

# 1. 式の値を計算してみよう

ホーナー法

$$p(x) = x^2 + 4x + 2 = (x + 4)x + 2$$

•  $x = 3$  のとき,  $p(3) = (3 + 4) \times 3 + 2 = 7 \times 3 + 2 = 23$

- 掛算 : 1 回
- 加減算 : 2 回

•  $x = -2$  のとき,  $p(-2) = ((-2) + 4) \times (-2) + 2$   
 $= 2 \times (-2) + 2 = -2$

- 掛算 : 1 回
- 加減算 : 2 回

## 2. 平均を計算してみよう

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_n}{n}$$

$$\bullet \frac{1+2+3+4+5}{\textcircled{5}} = \frac{\left(\left(\left(1+2\right)+3\right)+4\right)+5}{5} = \frac{\left(\left(3\right.\right.$$

- 加減算 : 4 回
- 除算 : 1 回

(別解)

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

を使うと、加減算1回、除算1回。

$$\frac{(5+1)}{2} = 3$$

$$\bullet \frac{(-1)+(-7)+9+(-2)+3+4}{\textcircled{6}} = \frac{\left(\left(\left(\left(\left(-1\right)+(-7)\right)+9\right)+(-2)\right)+3\right)+4}{6} = \dots = \frac{6}{6} = 1$$

- 加減算 : 5 回
- 除算 : 1 回

足しこむ数に規則性がない場合

### 3. 連立一次方程式を解いてみよう

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = -1 \cdots \textcircled{1} \\ -6x_1 + 3x_2 = 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r} 6x_1 - 2x_2 = -2 \\ +) -6x_1 + 3x_2 = 2 \\ \hline x_2 = 0 \end{array}$$

$x_2 = 0$ を①に代入

$$\begin{aligned} 3x_1 &= -1 \\ x_1 &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{(答)} \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3} \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

1. LU分解

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6/3 & 3 - (-6/3) \times (-1) \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \\ \rightarrow L &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. 前進代入

$$\begin{aligned} Ly = \mathbf{b} &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = -1 \\ -2y_1 + y_2 = 2 \end{cases} \\ \rightarrow &\begin{cases} y_1 = -1 \\ y_2 = 2 + 2y_1 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

3. 後退代入

$$\begin{aligned} U\mathbf{x} &= \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 - x_2 = -1 \\ x_2 = 0 \end{cases} \\ \rightarrow &\begin{cases} x_1 = \frac{-1 + x_2}{3} = -\frac{1}{3} \\ x_2 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{(答)} \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3} \\ x_2 = 0 \end{cases}$$