静岡理工科大学　総合情報学部　コンピュータシステム学科

「Three.js を用いた振り子運動の物理シミュレーション」

1018119　望月 成憲　【担当教員：幸谷 智紀】

2014 年 2 月 13 日

1. 研究目的

当初は Web でデータベースを扱う野球のスコアブックのアプリを制作していた．しかし，完成の目処が立たなかったため急遽テーマを変更した．変更後は WebGL と Three.js を用いた物理シミュレーションをテーマにした参考書を土台に勉強をした．物理シミュレーションは常微分方程式で記述されている．その解法を記載されていたオイラー法・ベルレ法に加えてルンゲ＝クッタ法を使用しこれらの比較を行う事を目的とした．

2. システム概要

本研究で作成したプログラムは，ルンゲ＝クッタ法と自分で少し改良を加えた箇所以外は参考書のものをそのまま使用している．以下作成したルンゲ＝クッタ法について解説を行なう．

まず常微分方程式

$$\frac{d\mathbb{y}}{dt} = \mathbb{f}(t, \mathbb{y})$$

$$\mathbb{y}(0) = \mathbb{y}_0$$

に対して，積分区間tを$t + \Delta t$としたときの

$$t = t + \Delta t$$

における$\mathbb{y}(t + \Delta t)$に近い値$\mathbb{y}_{t+\Delta t}$求めるためのルンゲ＝クッタ法は次のようになる．

(a) $\mathbb{k}_1, \mathbb{k}_2, \mathbb{k}_3, \mathbb{k}_4$ を次の式から求める．

$$\mathbb{k}_1 = \mathbb{f}(t, \mathbb{y})$$

$$\mathbb{k}_2 = \mathbb{f}(t + c_2\Delta t, \mathbb{y} + \Delta t a_{21}\mathbb{k}_1)$$

$$\mathbb{k}_3 = \mathbb{f}(t + c_3\Delta t, \mathbb{y} + \Delta t(a_{31}\mathbb{k} + a_{32}\mathbb{k}_2))$$

$$\mathbb{k}_4 = \mathbb{f}(t + c_4\Delta t, \mathbb{y} + \Delta t(a_{41}\mathbb{k} + a_{42}\mathbb{k}_2 + a_{43}\mathbb{k}_3))$$

(b) (a)で求めた値を用いて次の式で最終解を求める．

$$\mathbb{y}_{t+\Delta t} = \mathbb{y}(t) + \Delta t(w_1\mathbb{k}_1 + w_2\mathbb{k}_2 + w_3\mathbb{k}_3 + w_4\mathbb{k}_4)$$

また、

c_2, c_3, c_4，$a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{41}, a_{42}, a_{43}$，$w_1, w_{2,} w_3, w_4$

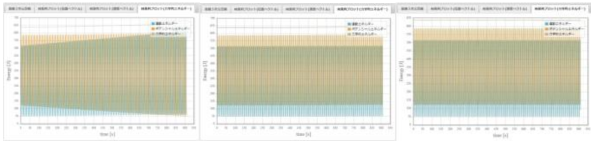
は定数である．

以上がルンゲ＝クッタ法の計算手順である．

3. 結果

オイラー法・ベルレ法･ルンゲクッタ法のプログラムを実行し違いを見た．確認方法として実行次の運動エネルギーについての数値及び 2 次元プロットを見比べることで違いを見た．オイラー法が 909.10s で地面と衝突しプログラムが終了するため 900s までを計測し比較した．

まずはグラフでの比較をする．



オイラー　　　ベルレ　　　ルンゲ＝クッタ

グラフだとオイラー法は大きく変化しているのに対しベルレ法・ルンゲクッタ法はスタートとほぼ変化が無いように見える．

次に数値での結果を見てみる．スタートの値は「638.000000000000」である．

	10s	900s
オイラー	638.209417617755	662.665540843296
ベルレ	638.154826000806	644.634507308866
ルンゲ＝クッタ	638.000000000019	638.000000154194

各解法の 10s と 900s での運動エネルギー

数値で見ると 10s の時点でオイラー法ベルレ法は小数第 1 位まで誤差が出ているにもかかわらず,ルンゲ＝クッタ法は小数第 11 位までの値までしか誤差が出ていない．また 900s の段階でもルンゲ＝クッタ法は整数部分が他と違い全く変化が無い．前述のようにオイラー法は 909.10s で地面に衝突するのに対しベルレ法は 5604.50s で地面と衝突した．ルンゲ＝クッタ法について計測をしていたのだが、ルンゲ＝クッタ法は 300,000s まで動かしたものの運動エネルギーの整数部分に変化が見られなくなり，演算も 1 日放置して 10,000s も進まなくなってしまったため計測は断念した．以上よりルンゲ＝クッタ法は他の 2 種類の解法に比べ遙かに性能がいいことがわかった．

4. 課題

本研究では時間が無いことなどから物理シミュレーションとして参考書に記載されていた振り子運動のみしか扱っておらず他の運動について何も行えていない．また、実行するための解法もルンゲ＝クッタ法しか追加されていないため他の解法も試しその結果でも確認を取れるといいであろうと感じた．

参考書

「HTML5 による物理シミュレーション」
著者：遠藤 理平
出版社：株式会社カットシステム